BÀI TẬP TỔNG HỢP VỀ PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Bài 1: Giải các phương trình:

a) $5^x.8^{\frac{x-1}{x}} = 500$

b) $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}$

c) $\left(x^2 - 2x + 2\right)^{\sqrt{9-x^2}} = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 2}$

d) $\left(2^{|\cos x|} + x^2\right)^{\frac{x+1}{x}} = \sqrt{2^{|\cos x|} + x^2}$

e) $2^{x+4}.3^{x+2} = 2^{2x-1}.3^{3x+2}$

f) $2^{x^3-4} = 8^{2x-\frac{8}{3}}$

Bài 2: Giải các phương trình:

a) $\left(3-\sqrt{5}\right)^x + \left(3+\sqrt{5}\right)^x - 7.2^x = 0$

b) $8^x + 18^x = 2.27^x$

c) $8^{\frac{2}{x}} + 2^{\frac{3x+3}{x}} - 20 = 0$

d) $2^{3x} - 6.2^x - \frac{1}{2^{3.(x-1)}} + \frac{12}{2^x} = 1$

e) $5^{3x} + 9.5^x + 27.(125^{-x} + 5^{-x}) = 64$

Bài 3: Giải các phương trình:

a) $4.3^{3x} - 3^{x+1} = \sqrt{1-9^x}$

b) $81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 30$

c) $\left(2+\sqrt{3}\right)^x + \left(7+4\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)^x = 4.\left(2+\sqrt{3}\right)$

d) $5^{\lg x} = 50 - x^{\lg 5}$

e) $5.3^{2x-1} - 7.3^{x-1} + \sqrt{1-6.3^x + 9^{x+1}} = 0$

f) $4.2^{3x} - 3.2^x = \sqrt{1 - 2^{2x+2} + 2^{4x+2}}$

Bài 4: Giải các phương trình:

a) $2^{\log_2^2 x + 1} = x^{2.\log_2 x} - 48$

b) $2.9^{\log_2 \frac{x}{2}} = x^{\log_2 6} - x^2$

c) $125^x + 50^x = 2^{3x+1}$

d) $4.3^x - 9.2^x = 5.6^{\frac{x}{2}}$

e) $\left(2+\sqrt{3}\right)^{(x-1)^2} + \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x-1} = \frac{4}{2-\sqrt{3}}$

Bài 5: Giải các phương trình:

a) $3^{2x} - \left(2^x + 9\right)3^x + 9.2^x = 0$

b) $x^2 - \left(3 - 2^x\right).x + 2.\left(1 - 2^x\right) = 0$

c) $9^x + 2.(x-2).3^x + 2x - 5 = 0$

d) $3.25^{x-2} + (3x-10).5^{x-2} + 3 - x = 0$

Bài 6: Giải các phương trình:

a) $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2.x^2+3x+7} + 1$

b) $4^{x^2+x} + 2^{1-x^2} = 2^{(x+1)^2} + 1$

c) $8.3^x + 3.2^x = 24 + 6^x$

d) $12.3^x + 3.15^x - 5^{x+1} = 20$

e) $2^x + 3^x = 1 + 6^x$

Bài 7: Giải các phương trình:

a) $3^x + 4^x = 5^x$

b) $2^x = 1 + 3^{\frac{x}{2}}$

c) $3^{2^x} + 2^{2^x} + 2^x = 3^{x+1} + 2^{x+1} + x + 1$

d) $x + x^{\log_2 3} = x^{\log_2 5}$

e) $x + x^{\log_2 3} = x^{\log_2 7} - 2$

Bài 8: Giải các phương trình:

a) $3^{x^2} = \cos 2x$

b) $4^{x^2} = \left(-2.x^2 + x + 1\right)2^x$

c) $\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)^x + \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^x = 2.\left(\sqrt{5}\right)^x$

d) $2^{\cos^2 x} = \left(2 + x^2\right)^{1+|x|}$

GV. Võ Thanh Hải - THPT Đoàn Kết

e) $9.7^x + 1 = 2^{\frac{6}{x}}$

Bài 9: Giải các phương trình:

a) $4^{x-1} - 2^{x^2-1} = (x-1)^2$

b) $2^{\frac{1-x^2}{x^2}} - 2^{\frac{1-2x}{x^2}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{x}$

c) $2^{x^2+3.\cos x} - 2^{x^2+4.\cos^3 x} = 7.\cos 3x$

d) $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x+1} - \left(7+4\sqrt{3}\right)^x = x-1$

CÁC BÀI TOÁN TỔNG HỢP VỀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Bài 1: Giải các bất phương trình:

a) $\sqrt[4]{x^x} \ge x^{\sqrt[4]{x}}$

b) $(x-3)^{2.x^2-7x} > 1$

c) $\left(x^2-3\right)^{x^2+2x} > \left|3-x^2\right|^8$

d) $2^{\frac{1}{\sqrt{x^2-2x}}} \le 2^{x-1}$

Bài 2: Giải các bất phương trình :

a) $\frac{2^{1-x} - 2^x + 1}{2^x - 1} \le 0$

b) $2^{2.\sqrt{x+3}-x-6} + 15.2^{\sqrt{x+3}-5} < 2^x$

c) $25^{1+2x-x^2} + 9^{1+2x-x^2} \ge 34.15^{2x-x^2}$

d) $\left(5-\sqrt{21}\right)^x + 7.\left(5+\sqrt{21}\right)^x \ge 8.2^x$

Bài 3: Giải các bất phương trình:

a) $2.2^x + 3.3^x \ge 6^x - 1$

b) $\frac{3^{2-x} + 3 - 2x}{4^x - 2} \ge 0$

c) $\frac{2.3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \le 1$

d) $3^{x+1} - 2^{2x+1} - 12^{\frac{x}{2}} \le 0$

Bài 4: Giải các bất phương trình:

a) $2^{x^2+\sqrt{x-1}-1} + 2 \le 2^{x^2} + 2^{\sqrt{x-1}}$

b) $6^x - 2.3^x - 3.2^x + 6 \ge 0$

c) $9^x + 2.(x-2).3^x + 2x - 5 > 0$

d) $2^{x^2-3x} - 2^{x-3} \ge -x^2 + 4x - 3$

PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Bài 1: Giải các phương trình:

a) $\lg\left(3^x - 2^{4-x}\right) = 2 + \frac{1}{4}\lg 16 - \frac{x}{2}\lg 4$

b) $2\lg 2 + \left(1 + \frac{1}{2x}\right)\lg 3 - \lg\left(3^{\frac{1}{x}} + 27\right) = 0$

c) $\log_2\left(4^x + 1\right) = x + \log_2\left(2^{x+3} - 6\right)$

d) $\log_2\left(4^{x+1} + 4\right).\log_2\left(4^x + 1\right) = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\sqrt{\frac{1}{8}}$

Bài 2: Giải các phương trình sau:

GV. Võ Thanh Hải - THPT Đoàn Kết

a) $\frac{1}{\sqrt{2x-1}} = (2x-1)^{\log_{\frac{1}{4}}\left(1+7x-2.x^2\right)}$ b)

$\log_4\left\{2\log_3\left[1+\log_2\left(1+3\log_3 x\right)\right]\right\} = \frac{1}{2}$

c) $2\log_9{}^2 x = \log_3 x.\log_3\left(\sqrt{2x+1}-1\right)$ d) $\log_{x+3}\left(3-\sqrt{1-2x+x^2}\right)=\frac{1}{2}$

Bài 3:Tìm x biết $\lg 2, \lg\left(2^x-1\right), \lg\left(2^x+3\right)$, theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

Bài 4: Giải các phương trình:

a) $\log_5\left(5^x-1\right).\log_{25}\left(5^{x+1}-5\right)=1$

b) $\log_4(x+1)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3$

c) $\log_2\left(x^2+x+1\right)+\log_2\left(x^2-x+1\right)=\log_2\left(x^4+x^2+1\right)+\log_2\left(x^4-x^2+1\right)$

d) $\log_{27}\left(x^2-5x+6\right)^3=\frac{1}{2}.\log_{\sqrt{3}}\frac{x-3}{2}+\log_9(x-3)^2$

Bài 5: Giải các phương trình:

a) $x^{\log_3^3 x-3\log_3 x}=3^{-3\log_{2\sqrt{2}}4+8}$ b) $2^{\log_5(x+3)}=x$

c) $\frac{3}{x^{\left(\log_3 x^2\right)^3}}=\left(\sqrt{x}\right)^{-\log_3 x+\frac{1}{\log_3\sqrt{x}}}$ d) $\log_2\left(1+\sqrt{x}\right)=\log_3 x$

e) $2\log_6\left(\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}\right)=\log_4 x$ f) $\log_7(x+2)=\log_5 x$

g) $\log_2\left(\log_3 x\right)=\log_3\left(\log_2 x\right)$

h) $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$

Bài 6: Giải các phương trình sau:

a) $\log_x(x+2)=\log_3 5$ b) $\log_{(x-1)}(2x+1)=\log_2 7$

c) $\sqrt[3]{2-\lg x}=1-\sqrt{\lg x-1}$

d) $\sqrt{3+\log_2\left(x^2-4x+5\right)}+2.\sqrt{5-\log_2\left(x^2-4x+5\right)}=6$

Bài 7: Giải các phương trình:

a) $\log_x(x+1)=\log_4 5$ b)

$\log_2(3x-1)+\frac{1}{\log_{(x+3)}2}=2+\log_2(x+1)$

c) $\log_{\frac{x}{2}}x^2-14.\log_{16x}x^3+40.\log_{4x}\sqrt{x}=0$ d) $\log_{x^2}(2+x)+\log_{\sqrt{2+x}}x=2$

Bài 8: Giải các phương trình:

a) $\log_3\left(\frac{x^2+x+3}{2x^2+4x+5}\right)=7x^2+21x+14$ b) $2^x-2^{1-x}=\log_2\left(\frac{1-x}{x}\right)$

c) $3^x=1+x+\log_3(1+2x)$ d) $6^x=1+2x+3\log_6(5x+1)$

GV. Võ Thanh Hải - THPT Đoàn Kết

e) $\log_3\left(\frac{x^2+x+3}{2x^2+4x+5}\right)=x^2+3x+2$ f) $4^{x^2-3x}-2^{5-x}=\log_3\frac{5-x}{2x^2-6x}$

BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Bài 1:Giải các bất phương trình:

a) $\lg(x+15)+\lg(2x-5)<2$ b) $\log_{(x-1)}\left(x^2-x\right)>2$

c) $\frac{1}{2}\log_{x^2+3}\left(x^2-6\right)^2<2+\frac{1}{12}\log_{\sqrt{2}}\frac{1}{64}$ d) $\log_x\left(\frac{3x+2}{x+2}\right)>1$

Bài 2: Giải các bất phương trình:

a) $\frac{1}{\log_3\left(\sqrt{2x^2-3x+1}\right)}>\frac{1}{\log_3(x+1)}$ b) $\log_{(-3x-5)}4-\log_{(-6x-2)}16\geq 0$

c) $\sqrt{\log_3\left(\frac{2x-3}{1-x}\right)}\leq 1$ d) $\frac{\lg\left(x^2-3x+2\right)}{\lg x+\lg 2}>2$

Bài 3: Giải các bất phương trình:

a) $\frac{\log_2(x+1)^2-\log_3(x+1)^3}{x^2-3x-4}>0$ b)

$\log_2\left(\sqrt{x^2+3}-x^2-1\right)+2\log_2 x\leq 0$

c) $\left(2+\sqrt{x^2-7x+12}\right)\left(\frac{2}{x}-1\right)\leq\left(\sqrt{14x-2x^2-24}\right)+\log_x\left(\frac{2}{x}\right)$ d) $\frac{\log_2\left(x^2-9x+8\right)}{\log_2(3-x)}<2$

Bài 4:Giải các bất phương trình:

a) $\log_2 x+2\log_7 x\leq 2+\log_2 x.\log_7 x$

b) $2^{x^2+1}+\cos x.\log_2(x+6)\geq 2\cos x+2^{x^2}.\log_2(x+6)$ c)

$\log_6\left(3.4^{\frac{-1}{x}}+2.9^{\frac{-1}{x}}\right)+\frac{1}{x}=\log_6 5$

Bài 5: Tìm nghiệm nguyên của hệ:

$$\begin{cases}\log_{2+4\sin\frac{\pi}{5}-x}\left(\frac{\sqrt{5-x}}{1+\sqrt{1+x}}\right)\leq 0\\ \frac{4x^2+5x+9}{x+3}\geq 3x+1\end{cases}$$

Bài 6: Giải các bất phương trình :

a) $\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}{}^2 x+\log_{\frac{1}{2}}x^2-3}>\sqrt{5}\left(\log_4 x^2-3\right)$ b)

$\frac{1}{\left|\log_2\frac{4}{x}\right|-3}>\frac{1}{\left|\log_2\frac{x}{2}\right|-1}$

GV: Võ Thanh Hải - THPT Đoàn Kết

HỆ PHƯƠNG TRÌNH MŨ-LOGARIT

Bài 1: Giải các hệ phương trinh:

a) $\begin{cases} 4^{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}} = 32 \\ \log_3(x-y) = 1-\log_3(x+y) \end{cases}$

b) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \dfrac{1}{y} = 1 \\ x^2+y^2 = 25 \end{cases}$

c) $\begin{cases} e^x - e^y = (\log_2 y - \log_2 x)(xy+1) \\ x^2+y^2 = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2^x - 2^y = (y-x)(xy+2) \\ x^2+y^2 = 2 \end{cases}$

Bài 2: Giải các hệ phương trình :

a) $\begin{cases} \log_x(6x+4y) = 2 \\ \log_y(6y+4x) = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} (x^4+y)3^{y-x^4} = 1 \\ 8(x^4+y) - 6^{x^4-y} = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+\log_3 y = 3 \\ (2y^2-y+12)3^x = 81y \end{cases}$

d)

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y + \log_4 z = 2 \\ \log_3 y + \log_9 x + \log_9 z = 2 \\ \log_4 z + \log_{16} x + \log_{16} y = 2 \end{cases}$$

Bài 3: Giải các hệ phương trình:

a) $\begin{cases} y.x^{\log_y x} = \sqrt{x^5} \\ \log_2 y.\log_y(y-3x) = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2^{x^2+1} - 4^{8y^2+\frac{1}{2}} = 3\left(2\sqrt{y}-\sqrt{x}\right) \\ 2^{(x+y)^2} + \dfrac{3}{2}\sqrt{x+y} = \dfrac{7}{2} \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)} \\ 4|y| - |y-2| + (y+4)^2 \le 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \\ 3.\log_9(9x^2) - \log_3 y^3 = 3 \end{cases}$

BẤT ĐẲNG THỨC-GIÁ TRỊ LỚN NHẤT- GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Bài 1: Cho $a \ge 1, b \ge 1$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\log_2 a} + \sqrt{\log_2 b} \le 2.\sqrt{\log_2 \frac{a+b}{2}}$$

Bài 2: CMR với mọi số tự nhiên a,b,c luôn có:

$$(abc)^{\frac{a+b+c}{3}} \le a^a.b^b.c^c$$

Bài 3: CMR với mọi số thực a luôn có:

$$3^{a^2-4} + 3^{4a+8} \ge 2$$

GV: Võ Thanh Hải - THPT Đoàn Kết

Bài 4: Cho a+b+c=0, chứng minh rằng:

$$8^a + 8^b + 8^c \geq 2^a + 2^b + 2^c$$

Bài 5: Cho a+b+c=1. CMR:

$$\frac{1}{3^a} + \frac{1}{3^b} + \frac{1}{3^c} \geq 3.\left(\frac{a}{3^a} + \frac{b}{3^b} + \frac{c}{3^c}\right)$$

Bài 6: Chứng minh rằng với mọi x$\in$R, ta có:

$$\left(\frac{12}{5}\right)^x + \left(\frac{15}{4}\right)^x + \left(\frac{20}{3}\right)^x \geq 3^x + 4^x + 5^x$$

Bài 7: Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$y = \left(2+\sqrt{3}\right)^{2x} - 8.\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^x + \left(2-\sqrt{3}\right)^x\right] + \left(2-\sqrt{3}\right)^{2x}$$

Bài 8: Cho $x \geq 0, y \geq 0$ và x+y = 1.Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$P = 3^x + 9^y$$

Bài 9: Cho hàm số:

$$y = \left|\log_{2x^2-1}\left(7-2x^2\right) + \log_{7-2x^2}\left(2x^2-1\right)\right|$$

a) Tìm miền xác định của y

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của y, tìm x khi đó.

Bài 10:Tìm GTLN và GTNN (nếu có) của tổng S = 3x+4y, trong đó (x,y) là nghiệm của

bất phương trình: $\log_{x^2+y^2} x \leq 1$

GV: Võ Thanh Hải - THPT Đoàn Kết